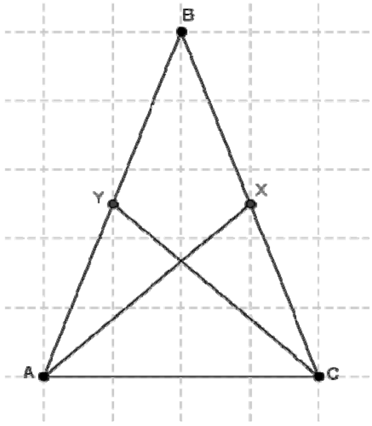
CORRECTION - DEVOIR - GEOMETRIE - CHAPITRE 4
LES TRIANGLES ISOMETRIQUES

Démontre que dans tout triangle isocèle, les médianes relatives aux côtés de même longueur ont même longueur.



Hypothèse :

ABC, triangle isocèle ⇔ |AB | = |BC | ①

⇔ $|\hat{A}| = |\hat{C}|$ ②

m_1, médiane issue de A ⇔|BX |= |XC | ③

m_2, médiane issue de C ⇔ | AY | = |YB | ④

et ② , ③ et ④ : |AY| =|YB| = |CX| = |XB|

Thèse : |AX | = |CY |

DEMONSTRATION

Considérons les triangles AXC et CYA. On sait que :

|CX | = |AY| car : par définition du tr. Isocèle et de la médiane

$|\hat{C}| = |\hat{A}|$ car : le triangle ABC est isocèle

|AC| = |AC| car : [AC] est un côté commun aux deux triangles

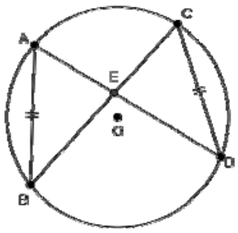
On en déduit que les triangles sont isométriques car :

Ils ont un angle de même amplitude compris entre 2 côtés respectivement de même longueur.

Or des triangles isométriques ont les côtés homologues de même longueur et on obtient donc :

|AX|= |CY |

Dans ce cercle, les cordes [AB] et [CD] ont la même longueur. Démontre que |AD| = |CB|



Hypothèse :

C, cercle de centre O

|AB | = | CD |

Thèse : |AD | = |BC |

Démonstration :

Considérons les triangles ABE et CDE. On sait que :

$|\hat{A}| = |\hat{C}|$ car Â et Ĉ sont des angles inscrits qui interceptent le même arc

|AB|=|CD| car par hypothèse

$|\hat{B}| = |\hat{D}|$car B̂ et D̂ sont des angles inscrits qui interceptent le même arc

On en déduit que les triangles sont isométriques car :

Ils ont un côté de même longueur adjacent à 2 angles respectivement de même amplitude.

Or des triangles isométriques ont les côtés homologues de même longueur et on obtient donc :

|AD| = |BC|