

CORRECTION DU DEVOIR 16 : EQUATIONS REDUCTIBLES AU PREMIER DEGRE

THEORIE

- La règle du produit nul :

en français :

un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins un des facteurs est nul.

en math :

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0$$

- Les différentes étapes permettant de résoudre une équation de degré supérieur à 1 :
 - transformer l'équation en une équation équivalente dont un des membres est nul ;
 - factoriser le membre non nul de manière à obtenir, si possible, des facteurs du premier degré ;
 - appliquer la règle du produit nul et résoudre séparément chaque équation obtenue.

EXERCICES

Résous :

1) $(x + 1)(x - 3) = 0$

$$\Leftrightarrow x + 1 = 0 \text{ ou } x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 3$$

$$S = \{-1; 3\}$$

2) $(2x - 1)(3x + 2) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \text{ ou } 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 1 \text{ ou } 3x = -2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{-2}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{-2}{3}; \frac{1}{2} \right\}$$

3) $3x^2 - 6x = 0$

$$\Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 0 \text{ ou } x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 2$$

$$S = \{0; 2\}$$

4) $4x^2 + 4x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-1}{2} \right\}$$

5) $9x^2 = 1$

$\Leftrightarrow 9x^2 - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (3x - 1)(3x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 1 = 0$ ou $3x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 3x = 1$ ou $3x = -1$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ ou $x = -\frac{1}{3}$

$S = \left\{ \frac{-1}{3}; \frac{1}{3} \right\}$

6) $x^2 = 10x - 25$

$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = 5$

$S = \{ 5 \}$

7) $14x^2 - 2x = 5x$

$\Leftrightarrow 14x^2 - 2x - 5x = 0$

$\Leftrightarrow 14x^2 - 7x = 0$

$\Leftrightarrow 7x(2x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow 7x = 0$ ou $2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2x = 1$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{1}{2}$

$S = \left\{ 0; \frac{1}{2} \right\}$

8) $3x^2 = -48 + 24x$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 24x + 48 = 0$

$\Leftrightarrow 3(x^2 - 8x + 16) = 0$

$\Leftrightarrow 3(x - 4)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 4$

$S = \{ 4 \}$

9) $3x^3 - x = 4x^2 - 2$

$\Leftrightarrow 3x^3 - 4x^2 - x + 2 = 0$

Horner : $\text{div } 2 = \{ \pm 1; \pm 2 \}$ $P(1) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(3x^2 - x - 2) = 0$

Horner : $\text{div } 2 = \{ \pm 1; \pm 2 \}$ $P(1) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 1)(3x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0$ ou $3x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $3x = -2$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -\frac{2}{3}$

$S = \left\{ \frac{-2}{3}; 1 \right\}$

$$10) x^2 = 3 - 2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

Horner :

$$\text{div } 3 = \{ \pm 1 ; \pm 3 \}$$

$$P(1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \text{ ou } x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -3$$

$$S = \{-3 ; 1\}$$

$$11) x(x + 2) = x + 2$$

$$\Leftrightarrow x(x + 2) - (x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 0 \text{ ou } x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ ou } x = 1$$

$$S = \{-2 ; 1\}$$

$$12) (4x + 2)(2x + 1) = (2x + 1)(x + 5)$$

$$\Leftrightarrow (4x + 2)(2x + 1) - (2x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)[(4x + 2) - (x + 5)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)(4x + 2 - x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)(3x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(2x + 1)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \text{ ou } x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = -1 \text{ ou } x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = 1$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2} ; 1 \right\}$$

$$13) 2x^2(x - 5) + 8(5 - x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2(x - 5) - 8(x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)(2x^2 - 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)2(x^2 - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x - 5)(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 5 = 0 \text{ ou } x - 2 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = 2 \text{ ou } x = -2$$

$$S = \{-2 ; 2 ; 5\}$$

$$14) x^2(x - 1) = 2x(x - 1) + (1 - x)$$

$$\Leftrightarrow x^2(x - 1) - 2x(x - 1) - (1 - x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x - 1) - 2x(x - 1) + (x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$S = \{1\}$$

$$15) 2x^3 - x = 5x^2 - 6$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 5x^2 - x + 6 = 0$$

Horner :

$$\text{div } 6 = \{ \pm 1 ; \pm 2 ; \pm 3 ; \pm 6 \}$$

$$P(2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(2x^2 - x - 3) = 0$$

Horner :

$$\text{div } 3 = \{ \pm 1 ; \pm 3 \}$$

$$P(-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 1)(2x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ ou } x + 1 = 0 \text{ ou } 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -1 \text{ ou } 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -1 \text{ ou } x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ -1; \frac{3}{2}; 2 \right\}$$