CORRECTION DU DEVOIR 14 : FRACTIONS RATIONNELLES

1. Simplifie : (n'oublie pas les conditions d'existence)

Série A

$\frac{-6a^7b^3c^3}{-8a^2b^3c^8}=\frac{3a^5}{4c^5}$ C.E.:$a\neq 0$ et $b\neq 0$ et $c\neq 0$

$\frac{36a^2-64}{6a+8}=\frac{4(9a^2-16)}{2(3a+4)}=\frac{4(3a-4)(3a+4)}{2(3a+4)}=2(3a-4)$ C.E. : $a\neq -\frac{4}{3}$

$\frac{7a^2b-7ab^2}{5a^2-5b^2}=\frac{7ab(a-b)}{5(a^2-b^2)}=\frac{7ab(a-b)}{5(a-b)(a+b)}=\frac{7ab}{5(a+b)}$ C.E.:$a\neq b$ et $a\neq -b$

$\frac{16a^2-16a+4}{4-16a^2}=\frac{(4a-2)^2}{(2-4a)(2+4a)}=\frac{(4a-2)^2}{-(4a-2)(2+4a)}=\frac{-(4a-2)}{(2+4a)}$ C.E.: $a\neq \frac{1}{2}$ et $a\neq \frac{-1}{2}$

$\frac{x^2-4x+4}{x^2-5x+6}=\frac{(x-2)^2}{(x-3)(x-2)}=\frac{(x-2)}{(x-3)}$ C.E.: $x\neq 3$ et $x\neq 2$

Série B

$\frac{-5x^3y^5z}{-35x^6y^4z^5}=\frac{y}{7x^3z^4}$ C.E.: $x\neq 0$ et $y\neq 0$ et $z\neq 0$

$\frac{36x^3-x}{6x^2-x}=\frac{x(36x^2-1)}{x(6x-1)}=\frac{x(6x-1)(6x+1)}{x(6x-1)}=(6x+1)$ C.E.: $x\neq 0$ et $x\neq \frac{1}{6}$

$\frac{5d^5c^3-5d^3c^5}{cd^2-d^3}=\frac{5d^3c^3(d^2-c^2)}{d^2(c-d)}=\frac{5d^3c^3(d-c)(d+c)}{d^2(c-d)}=-5dc^3(d+c)$ C.E.: $d\neq 0$ et $c\neq d$

$\frac{5x^2-30x+45}{9-x^2}=\frac{5(x^2-6x+9)}{(3-x)(3+x)}=\frac{5(x-3)^2}{(3-x)(3+x)}=\frac{-5(x-3)}{(3+x)}$ C.E.: $x\neq 3$ et $x\neq -3$

$\frac{10a^2+40a+40}{2a^2-10a+12}=\frac{10(a^2+4a+4)}{2(a^2-5a+6)}=\frac{5(a+2)^2}{(a+2)(a+3)}=\frac{5(a+2)}{(a+3)}$ C.E. : $a\neq -2$ et $a\neq -3$

2. Effectue : (tous les dénominateurs sont non nuls)

Série A

$$\frac{x^2-x}{x^2+8x+16}\cdot\frac{x+4}{2x-2}=\frac{x.(x-1)}{(x+4)^2}\cdot\frac{(x+4)}{2(x-1)}=\frac{x}{2(x+4)}$$

$$\frac{2a^2-ab}{(x+y)^2}:\frac{a^2}{x^2-y^2}=\frac{a(2a-b)}{(x+y)^2}\cdot\frac{(x-y)(x+y)}{a^2}=\frac{(2a-b)(x-y)}{a(x+y)}$$

$$\frac{y+2}{y-2}-\frac{y+1}{y-5}=\frac{(y+2)(y-5)}{(y-2)(y-5)}-\frac{(y+1)(y-2)}{(y-5)(y-2)}=\frac{(y^2+2y-5y-10)}{(y-2)(y-5)}-\frac{(y^2-2y+y-2)}{(y-2)(y-5)}=$$
$$\frac{y^2+2y-5y-10-y^2+2y-y+2}{(y-2)(y-5)}=\frac{-2y-8}{(y-2)(y-5)}$$

$$\frac{4}{1-a^2}+\frac{2}{a+1}=\frac{4}{(1-a)(1+a)}+\frac{2}{(1+a)}=\frac{4+2(1-a)}{(1-a)(1+a)}=\frac{4+2-2a}{(1-a)(1+a)}=\frac{6-2a}{(1-a)(1+a)}$$

$$\frac{3a}{a+2b}+\frac{2b}{a-2b}+\frac{5ab}{a^2-4b^2}=\frac{3a}{a+2b}+\frac{2b}{a-2b}+\frac{5ab}{(a-2b)(a+2b)}=\frac{3a(a-2b)+2b(a+2b)+5ab}{(a-2b)(a+2b)}=$$
$$\frac{3a^2-6ab+2ab+4b^2+5ab}{(a-2b)(a+2b)}=\frac{3a^2+4b^2+ab}{(a-2b)(a+2b)}$$

Série B

$$\frac{a^2-a}{x^2+10x+25}\cdot\frac{2x+10}{5-5a}=\frac{a(a-1)}{(x+5)^2}\cdot\frac{2(x+5)}{5(1-a)}=\frac{-2a}{5(x+5)}$$

$$\frac{3a^2-6ac}{y-x}:\frac{a}{x^2-y^2}=\frac{3a(a-2c)}{(y-x)}\cdot\frac{(x-y)(x+y)}{a}=-3(a-2c)(x+y)$$

$$\frac{x-5}{x+3}-\frac{x-2}{x+1}=\frac{(x-5)(x+1)}{(x+3)(x+1)}-\frac{(x-2)(x+3)}{(x+3)(x+1)}=\frac{(x^2-5x+x-5)-(x\ -2x+3x-6)}{(x+3)(x+1)}=$$
$$\frac{x^2-5x+x-5-x^2+2x-3x+6}{(x+3)(x+1)}=\frac{-5x+1}{(x+3)(x+1)}$$

$$\frac{2a}{16-a^2}-\frac{3}{a-4}=\frac{2a}{(4-a)(4+a)}-\frac{3}{(a-4)}=\frac{2a}{(4-a)(4+a)}+\frac{3}{(4-a)}=\frac{2a+3(4+a)}{(4-a)(4+a)}=$$
$$\frac{2a+12+3a}{(4-a)(4+a)}=\frac{5a+12}{(4-a)(4+a)}$$

$$\frac{x}{3x+2y}+\frac{y}{2y-3x}+\frac{xy}{9x^2-4y^2}=\frac{x}{3x+2y}-\frac{y}{3x-2y}+\frac{xy}{(3x+2y)(3x-2y)}=$$
$$\frac{x(3x-2y)}{(3x+2y)(3x-2y)}+\frac{y(3x+2y)}{(3x+2y)(3x-2y)}+\frac{xy}{(3x+2y)(3x-2y)}=\frac{3x^2-2xy+3xy+2y^2+xy}{(3x+2y)(3x-2y)}=\frac{3x^2+2y^2+2xy}{(3x+2y)(3x-2y)}$$