

CORRECTION DU DEVOIR 12 : FACTORISATION

THEORIE

- Que signifie le terme « factoriser » ?

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence de termes en un produit de facteurs.

- La mise en évidence est une méthode de factorisation. Quelle est l'opération inverse ?

L'opération inverse de la mise en évidence est la distributivité.

- Cite les 3 formules des produits remarquables que nous utilisons dans la factorisation et donne le nom des expressions obtenues.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad \rightarrow \text{c'est le carré d'une somme}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \quad \rightarrow \text{c'est le carré d'une différence}$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \quad \rightarrow \text{c'est le produit de deux binômes conjugués}$$

- Pour factoriser par Horner, quelles sont les étapes à suivre ?

1) *Rechercher les diviseurs du terme indépendant.*

2) *Calculer les valeurs numériques du polynôme en remplaçant x par ces diviseurs jusqu'à obtenir une valeur numérique nulle (on appellera ce diviseur : a).*

3) *Établir la grille de Horner en utilisant les coefficients du polynôme (attention : ne pas oublier de réduire, de compléter et d'ordonner le polynôme) et le diviseur du terme indépendant qui a donné une valeur numérique nulle : a .*

Coefficients du polynôme $A(x)$

terme indépendant

a

(diviseur qui a donné une valeur numérique nulle)

Coefficients du polynôme $Q(x)$

reste nul

4) *Écrire la solution sous la forme $A(x) = (x - a) \cdot Q(x)$*

Remarque : degré de $Q(x)$ = degré de $A(x)$ - 1

5) *Chercher si le polynôme $Q(x)$ est encore « factorisable ».*

EXERCICES

Factorise :

1) $2a(2b-3c)$	31) $(x-2)(x-3) \{H\}$
2) $(x+4)^2$	32) $(25x^3 - 5x^2) + (15x-3) = 5x^2(5x-1) + 3(5x-1)$ $= (5x-1)(5x^2+3)$
3) $5a^2b(3-5ab+2b^2)$	33) $5(4x^2+12x+9) = 5(2x+3)^2$
4) $(x^4-y)^2$	34) $3x(25x^2y^2-16) = 3x(5xy-4)(5xy+4)$
5) $3(a^2+2ab+b^2) = 3(a+b)^2$	35) $[4x-(3x+2)][4x+(3x+2)] = (4x-3x-2)(4x+3x+2)$ $= (x-2)(7x+2)$
6) $3(x^2-y^2) = 3(x-y)(x+y)$	
7) $(ax+bx)+(ay+by) = x(a+b)+y(a+b) = (a+b)(x+y)$	

- 8) $5(x^4+2x^2+1)5(x^2+1)^2$
- 9) $(x-y)[(a+b)+5+3a](x-y)(4a+b+5)$
- 10) $[(2a-b)-a][[(2a-b)+a] = (a-b)(3a-b)$
- 11) $(x^3-1)^2$
- 12) $(a+b)^2[(a+b)-1] = (a+b)^2(a+b-1)$
- 13) $[(2a+b)-(a-2b)][[(2a+b)+(a-2b)] = (a+3b)(3a-b)$
- 14) $(24x+4)-(6x^3+x^2) = 4(6x+1)-x^2(6x+1)$
 $= (6x+1)(4-x^2) = (6x+1)(2-x)(2+x)$
- 15) $(x+2)(2x-3) \{H\}$
- 16) $(ax^2-ay^2)-(bx^2-by^2) = a(x^2-y^2)-b(x^2-y^2)$
 $= (x^2-y^2)(a-b) = (x-y)(x+y)(a-b)$
- 17) $x^2y(9x^2+16y^2+24xy) = x^2y(3x+4y)^2$
- 18) $[(4x-3)-(2x+1)][[(4x-3)+(2x+1)] = (2x-4)(6x-2)$
 $= 2(x-2)2(3x-1) = 4(x-2)(3x-1)$
- 19) $(5x-3)(9x^2-16) = (5x-3)(3x-4)(3x+4)$
- 20) $(2x-3y)[[(4x^2-2)-(12x-11)] = (2x-3y)(4x^2-12x+9)$
 $= (2x-3y)(2x-3)^2$
- 21) $x(x^4y^4-1) = x(x^2y^2-1)(x^2y^2+1)$
 $= x(xy-1)(xy+1)(x^2y^2+1)$
- 22) $x^4(x^2-8x+16) = x^4(x-4)^2$
- 23) $3xy(2x+1-3x^2y)$
- 24) $(x-1)(x^2-6x+9) \{H\} = (x-1)(x-3)^2$
- 25) $(3x-1)(16x^2-8x+1) = (3x-1)(4x-1)^2$
- 26) $(3x-1)^2$
- 27) $(3x+2)(5x+7)$
- 28) $(7x-5)(7x+5)$
- 29) $(7x^2-9)$
- 30) $[(2x-3)-(5x-1)][[(2x-3)+(5x-1)] = (-3x-2)(7x-4)$
- 36) $(2x-5)(3x+1)-(2x-5)(4x-2) = (2x-5)[(3x+1)-(4x-2)]$
 $= (2x-5)(3x+1-4x+2) = (2x-5)(-x+3)$
- 37) $(4x-9y)(4x+9y)$
- 38) $(x+3)(4x^2+4x+1) \{H\} = (x+3)(2x+1)^2$
- 39) $(3x+1)[[(3x+1)-5] = (3x+1)(3x-4)$
- 40) $(2x+5)^2[1-5(2x+5)] = (2x+5)^2(1-10x-25)$
 $= (2x+5)^2(-10x-24) = 2(2x+5)^2(-5x-12)$
- 41) $7x(4x^2+4x-1) = 7x(2x-1)^2$
- 42) $(4x^2-1)^2 = (2x-1)^2(2x+1)^2$
- 43) $(9x^2-4y^2)^2 = (3x-2y)^2(3x+2y)^2$
- 44) $[4(3x+1)-5(2x-4)][4(3x+1)+5(2x-4)]$
 $= (12x+4-10x+20)(12x+4+10x-20)$
 $= (2x+24)(22x-16) = 4(x+12)(11x-8)$
- 45) $(16x^3+12x^2)-(36x+27) = 4x^2(4x+3)-9(4x+3)$
 $= (4x+3)(4x^2-9) = (4x+3)(2x-3)(2x+3)$
- 46) $(x^3+2x^2)-(9x+18) = x^2(x+2)-9(x+2)$
 $= (x+2)(x^2-9) = (x+2)(x+3)(x-3)$
- 47) $(16x^4-1)(16x^4+1) = (4x^2-1)(4x^2+1)(16x^4+1)$
 $= (2x-1)(2x+1)(4x^2+1)(16x^4+1)$
- 48) $(25x^2-60x+36)-81y^2 = (5x-6)^2-81y^2$
 $= (5x-6-9y)(5x-6+9y)$
- 49) $x^2-(16y^2+8y+1) = x^2-(4y+1)^2$
 $= [x-(4y+1)][x+(4y+1)] = (x-4y-1)(x+4y+1)$
- 50) $3y(9x^2+30x+25) = 3y(3x+5)^2$
- 51) $(2x-1)16x^2+(2x-1)8x+(2x-1)$
 $= (2x-1)(16x^2+8x+1) = (2x-1)(4x+1)^2$
- 52) $(4x+7)(16x^2-49) = (4x+7)(4x+7)(4x-7)$
 $= (4x+7)^2(4x-7)$
- 53) $(x-1)(3x-5) \{H\}$
- 54) $[(3x+5)-(7+4x)].[(3x+5)+(7+4x)]$
 $= [3x+5-7-4x].[3x+5+7+4x] = (-x-2)(7x+12)$
- 55) $[(4x^2+2x-5)-(7x^2+3x+2)][[(4x^2+2x-5)+(7x^2+3x+2)]$
 $= (4x^2+2x-5-7x^2-3x-2)(4x^2+2x-5+7x^2+3x+2)$
 $= (-3x^2-x-7)(11x^2+5x-3)$
- 56) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{6}{5}y\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{6}{5}y\right)$
- 57) $7x\left(\frac{1}{25}x^2 - 4\right) = 7x\left(\frac{1}{5}x - 2\right)\left(\frac{1}{5}x + 2\right)$
- 58) $\left(\frac{4}{5}x - \frac{3}{7}y\right)^2$
- 59) $5x\left(\frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{9}\right) = 5x\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}\right)^2$
- 60) $\left(\frac{4}{9}x^2 - 1\right)\left(\frac{4}{9}x^2 + 1\right) = \left(\frac{2}{3}x - 1\right)\left(\frac{2}{3}x + 1\right)\left(\frac{4}{9}x^2 + 1\right)$