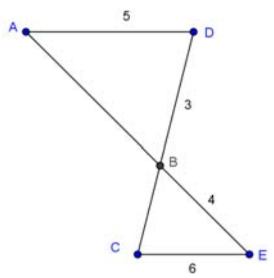
CORRECTION - DEVOIR – CHAPITRE 5 – LES TRIANGLES SEMBLABLES

1) Détermine les triangles semblables, justifie puis écris les proportions correspondantes. Calcule les inconnues.



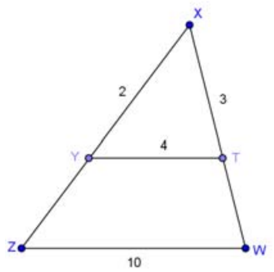
ABD $\sim$ EBC car : $|\hat{B}_1| = |\hat{B}_2|$ car $\hat{B}_1$ et $\hat{B}_2$ sont des angles opposés par le sommet

$|\hat{A}| = |\hat{E}|$ car $\hat{A}$ et $\hat{E}$ sont des angles alternes - internes déterminés par AD // CE

On déduit les proportions : $\frac{|AB|}{|EB|} = \frac{|AD|}{|EC|} = \frac{|BD|}{|BC|} \Leftrightarrow \frac{|AB|}{4} = \frac{5}{6} = \frac{3}{|BC|}$

$$\frac{|AB|}{4} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow 6|AB| = 20 \Leftrightarrow |AB| = \frac{10}{3}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{3}{|BC|} \Leftrightarrow 5\,|BC| = 18 \Leftrightarrow |BC| = \frac{18}{5}$$



XYT $\sim$ XZW car : $|\hat{X}| = |\hat{X}|$ car $\hat{X}$ est un angle commun aux deux triangles

$|\hat{Y}| = |\hat{Z}|$ car $\hat{Y}$ et $\hat{Z}$ sont des angles correspondants déterminés par AD // CE

On déduit les proportions : $\frac{|XY|}{|XZ|} = \frac{|XT|}{|XW|} = \frac{|YT|}{|ZW|} \Leftrightarrow \frac{2}{|XZ|} = \frac{3}{|XW|} = \frac{4}{10}$

$$\frac{2}{|XZ|} = \frac{4}{10} \Leftrightarrow 4|XZ| = 20 \Leftrightarrow |XZ| = 5$$

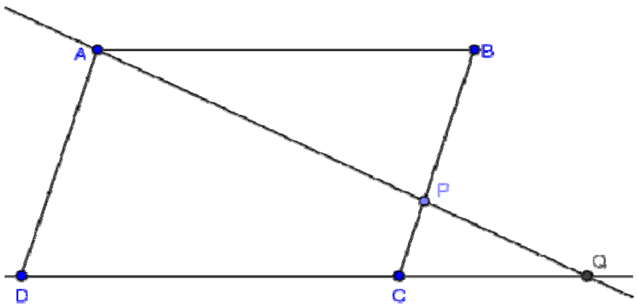
$$\frac{4}{10} = \frac{3}{|XW|} \Leftrightarrow 4\,|XW| = 30 \Leftrightarrow |BC| = \frac{15}{2}$$

2) Couché sur un transat de 50 cm de haut à 1 m du bord de la piscine, le vacancier peut voir le fond. Quelle est la profondeur de la piscine si sa longueur vaut 8m ?

ACB $\sim$ DAE

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EA|} \Leftrightarrow \frac{100}{800} = \frac{50}{|EA|} \Leftrightarrow |EA| = \frac{800.50}{100} = 400 \text{ cm}$$

3) Dans le parallélogramme ABCD, une droite passant par A coupe BC en en P et DC en Q. Démontre que : |BP| . |CQ| = |AB| . |CP|.



Hypothèse : ABCD parallélogramme
$AP \cap BC = \{P\}$
$AQ \cap DC = \{Q\}$

Thèse : |BP| . |CQ| = |AB| . |CP|

Démonstration

ABP
S
QCP

car : $|\hat{P}_1| = |\hat{P}_2|$ car $\hat{P}_1$ et $\hat{P}_2$ sont des angles opposés par le sommet

$|\hat{A}| = |\hat{Q}|$ car $\hat{A}$ et $\hat{Q}$ sont des angles alternes - internes déterminés par AB // DC

On en déduit que : $\frac{|AB|}{|QC|} = \frac{|AP|}{|QP|} = \frac{|BP|}{|CP|} \Leftrightarrow \frac{|BP|}{|CP|} = \frac{|AB|}{|QC|} \Leftrightarrow |BP|.|QC| = |AB|.|CP|$

$\downarrow$

Le produit des moyens est égal au produit des extrêmes.

4) Soit les triangles ABC et A'B'C' semblables. Si |AB| = 5 cm et |A'B'| = 12 cm et si l'aire de ABC vaut 15 cm², quelle est l'aire de A'B'C'.

Le rapport de similitude est r = $\frac{12}{5} (= 2,4)$

Donc le rapport entre les aires est égal à $\left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{144}{25} = (5,76)$

Aire de A'B'C' = 15 . $\frac{144}{25} = (15.5,76) = \frac{432}{5} (= 86,4)$

5) Soit deux triangles semblables XYZ et X'Y'Z'. On donne : aire de XYZ = 25 cm² et aire de X'Y'Z' = 900 cm². Si |XY| = 10 cm, que mesure |X'Y'| ?

Le rapport entre les aires est égal à : $\frac{900}{25} = 36$

Le rapport de similitude est donc $\sqrt{36} = 6$

$|X'Y'| = |XY|.6 = 10.6 = 60$ cm