

I.R.E.M. LIÈGE-LUXEMBOURG

EVALUATION

DES CONNAISSANCES ET DES COMPETENCES

EN MATHEMATIQUE

JUIN 2003

I.R.E.M. Liège-Luxembourg.

Direction du travail et rédaction du rapport:

Giovanni ROSSI, professeur dans l'enseignement général, degré supérieur des humanités, Athénée de Chênée.

Supervision pédagogique pour la Communauté Française:

Monsieur l'Inspecteur Pierre BRZAKALA.

Équipe « évaluation des connaissances et des compétences en mathématique »

Annette COOLEN, professeur dans l'enseignement technique, assistante pédagogique à l'Université de Liège

Pierrette DERYCK, professeur dans l'enseignement général, degré supérieur des humanités

René MARQUET, professeur dans l'enseignement général, degré supérieur des humanités, Athénée de Chênée

Jacques NAVEZ, professeur à l'Université de Liège : didactique des mathématiques

Emmanuelle ROUY, assistante à l'Université de Liège

Michèle SOLHOSSE, professeur dans l'enseignement général, degré supérieur des humanités, détachée au Centre de Formation de la Communauté à HUY, membre de la commission « outils d'évaluation ».

Pierre STEGEN, professeur à la faculté de psychologie et des sciences de l'éducation

Évaluer des connaissances et des compétences

L'enseignement par les compétences est encore un concept très théorique et les textes de pédagogues ou le référentiel du Ministère de la Communauté Française, qui sont censés expliciter la notion, laissent souvent le lecteur perplexe. En 2001, un groupe de professeurs de mathématique, réunis sous l'égide de l'IREM de Liège-Luxembourg, a tenté de faire la lumière sur cette énigmatique notion dans un document de travail intitulé « connaissances et compétences en mathématique ».

Cette année et toujours à l'IREM LL, notre groupe s'est penché sur les compétences principales à évaluer. Ainsi, appliquer des règles, des procédures, des algorithmes, démontrer des « faits » et résoudre des problèmes font certainement l'unanimité. Un des buts du cours de mathématique est d'amener les élèves à modéliser un problème. Cette compétence doit s'acquérir petit à petit : commencer avec des problèmes dont le modèle mathématique est simple¹, pour finalement modéliser des situations plus complexes.

Parallèlement, les connaissances utiles pour développer ces compétences doivent être évaluées. Enfin, *les professeurs ne conçoivent pas seulement le savoir dans sa dimension d'outil à mobiliser, ils le conçoivent aussi comme un outil pour réfléchir, pour penser de manière à comprendre les mathématiques générales à travers certains « faits » de base.*

Les professeurs pratiquent une évaluation conjointe de la compréhension, des connaissances et des compétences.

Remarques :

- 1) Restituer une démonstration élaborée en classe, permet, évidemment, d'évaluer le degré de maîtrise d'une connaissance structurée. En revanche, si l'élève doit chercher par lui-même une nouvelle démonstration, on évalue un ensemble des compétences que l'on résume par le vocable « démontrer ». Il s'agit alors de résoudre un problème d'un type particulièrement important en mathématique.
- 2) « connaître » n'est pas uniquement une « compétence » de restitution de matière. Cela peut-être : faire une synthèse de plusieurs notions vues, faire la comparaison de deux notions, expliciter des savoirs et des procédures, etc. On peut demander à l'élève de faire la preuve de sa compréhension de la matière à l'aide questions assorties sous-questions ou encore à partir de QCM..

¹ La règle de 3 par exemple !

A propos des compétences transversales

L'évaluation des compétences transversales reste une chose très délicate. Nous sommes conscients qu'il n'est jamais positif d'émettre des avis du genre « l'élève X ne sait pas raisonner » et certains préfèrent une accumulation de faits plus objectifs du genre « l'élève X sait/ne sait pas résoudre tels exercices, comprend/ne comprend pas telle notion ».

Un élève peut avoir des difficultés pour rédiger un raisonnement mathématique mais être capable de développer correctement les arguments d'une dissertation. Dès lors, que conclure quant à la maîtrise de la compétence « raisonner ». On peut même observer cette différence au sein du cours de mathématiques lui-même puisque certains de nos élèves n'arrivent pas à produire un raisonnement correct à partir d'une figure de l'espace mais sont capables de raisonnements dans le cadre des statistiques ou en probabilités.

Parmi les élèves qui échouent dans la plupart des activités mathématiques, nombreux sont ceux qui ont des problèmes de compréhension de texte ou qui ont des difficultés pour exprimer correctement une idée. Il y a certainement une corrélation entre la capacité d'analyse de texte et la compréhension, la production, l'exploitation de « faits » mathématiques. Il n'est pas possible que l'élève comprenne les mathématiques ou les sciences en général, s'il ne comprend pas le sens de la phrase : vocabulaire, propositions subordonnées et compléments circonstanciels de cause, but, conséquence, de comparaison, emploi du mode subjonctif, conditionnel, « il faut que... », « il suffit que... », etc.

Deux types d'évaluations

Pendant la période d'apprentissage, il est bon de dissocier les difficultés. Avant d'aborder directement un problème qui exige une modélisation souvent difficile, mieux vaut d'abord consacrer un certain temps à la *maîtrise de la technique de base*² que l'on va rencontrer lors de la résolution de ce problème et des problèmes de la même famille. Il en est de même pour les questions de démonstration : là aussi des techniques de base peuvent être mises au point. Cela permet de mettre les élèves en confiance. Cette façon de procéder a aussi l'avantage de mettre en évidence deux grandes catégories de compétences: la première catégorie se rapporte aux techniques de base, la seconde aux résolutions de famille de problèmes.

Lors des évaluations récapitulatives, l'élève devra choisir parmi un certain nombre de techniques de base et ces différentes techniques vont éventuellement se combiner. Il est clair que, dans ce contexte récapitulatif, l'évaluation de l'application d'une technique de base clairement identifiée n'est plus possible.

Quand un élève n'arrive pas à mettre un problème en équation, on ne peut évaluer sa maîtrise de la technique de résolution de l'équation associée au problème. Il est clair que la compétence « résoudre un problème » nécessite à la fois la maîtrise d'un ensemble de savoirs et de savoir-faire, mais aussi des

² par exemple une technique de calcul, de démonstration, de vérification, ...

aptitudes pour exploiter les bonnes démarches aux bons moments, ce qui fait que cette compétence ne peut être évaluée de manière analytique. Toutefois, si la phase de modélisation d'un problème mène, par exemple, à une équation logarithmique, rien n'empêche, dans une autre question, de faire résoudre une équation de ce type. On évaluera la compétence « appliquer une procédure » plutôt que la compétence « résoudre un problème ».

Évaluer des compétences de manière analytique (par exemple résoudre un certain type d'équation) ou évaluer des compétences à partir de la résolution de problèmes sont deux types d'évaluation clairement différents. L'évaluation de résolution d'un problème intègre l'évaluation d'un ensemble de sous-compétences (lire, interpréter, modéliser, ...) qui appartiennent à un certain domaine. Lors de l'évaluation de la résolution d'un certain type d'équations, les sous-ensembles de compétences sont d'un autre domaine. Nous distinguons ces deux évaluations qui vont mobiliser des connaissances et des aptitudes de types différents.

Le contexte de l'évaluation est aussi essentiel. Ainsi, un exercice peut permettre d'évaluer la compétence « appliquer » lorsqu'il est posé dans le cadre d'une matière limitée, puisque l'outil à utiliser est alors clairement identifié. En revanche, lorsque ce même exercice intervient dans le cadre d'un examen, l'élève doit repérer la bonne procédure parmi un nombre important, ce qui permet alors d'évaluer une compétence d'un autre ordre qui s'apparente plus à « résoudre un problème ». Cela a évidemment une certaine logique en liaison avec la définition des différentes compétences. Un même exercice posé dans des circonstances différentes permet d'évaluer deux compétences distinctes : comment faire comprendre cela aux élèves et aux parents ? On peut rapprocher ce fait de l'analyse faite par B.REY qui distingue 3 types de compétences : compétence du 1^{er} ordre (mettre en œuvre un algorithme), 2^{ème} ordre (choisir parmi les procédures apprises celle qui convient à une situation nouvelle) et 3^{ème} ordre (choisir les procédures qui conviennent et pouvoir les combiner pour s'attaquer à une situation nouvelle).

A propos des critères

Il est possible de déterminer des critères stables pour une année scolaire et de les communiquer aux élèves, sans pour autant figer le barème de correction. Mais, les critères ne doivent pas être à la base d'une évaluation morcelée. Certains professeurs utilisent une cotation partielle, en fonction de grandes catégories de compétences ou de matières, puis intègrent les diverses mesures dans une note globale. *Si le détail des cotes peut rassurer, c'est la note globale qui doit motiver.*

A propos des notions mathématiques, des critères essentiels comme la correction du vocabulaire, la correction de la structure des phrases et des formules, l'exactitude des énoncés des théorèmes, des propriétés, des définitions sont aussi importants que le raisonnement, l'application de procédures et la résolution de problèmes. Ils doivent faire l'objet d'une évaluation constante et d'une évaluation certificative. Les critères essentiels doivent être satisfaits quel que soit le niveau d'étude : ils seront donc présents dans des épreuves adaptées au niveau. On pourrait définir et communiquer aux élèves des critères de correction stables, valables pour toute une année tels que « précision du vocabulaire », « précision du calcul », « cohérence du raisonnement », « utilisation de l'outil adéquat/le plus performant », « production d'un plan de résolution », etc.

Cependant la stabilité des critères choisis n'implique pas la rigidité du système de cotation. Tout est dans tout et la hiérarchisation totale des critères semble très irréaliste. Ainsi, lors de l'évaluation d'une production d'élève, le professeur DOIT systématiquement intégrer différents critères pour juger de la performance, à un moment donné, dans un contexte donné, de manière à proposer une appréciation de l'ensemble, considéré à juste titre comme un TOUT. Comment et pourquoi découper l'évaluation d'une question en entités indépendantes alors que les résultats partiels obtenus par l'élève vont constamment interagir ? Il est pratiquement impossible de fixer, à priori, une grille de correction

d'interrogation construite à partir d'un ensemble de critères strictement hiérarchisés. Un système de correction, basé sur des critères essentiels stables, doit rester proche de l'élève, doit produire une appréciation globale qui intègre, avec des barèmes qui évoluent souplement pendant l'année.

Le but est de permettre aux enseignants d'évaluer la situation de l'élève à la fin de chaque période par rapport aux critères essentiels, de communiquer des conseils méthodologiques appropriés dans un langage qui a du sens pour lui et d'examiner l'évolution de la maîtrise de ses compétences. Cette évolution sera un facteur déterminant au moment de la délibération. Il n'est pas question de faire un traitement administratif de l'élève par cotation interposée. Cette dérive n'est pas à négliger : la culture actuelle est à la « judiciarisation » de l'évaluation.

Choisir des critères, d'accord, mais il faut rester souple :

QUELQUES EXEMPLES

- a) Le professeur accepte certaines erreurs en phase d'apprentissage puis, petit à petit, ses exigences se font plus nettes et l'élève doit accepter et comprendre que ces mêmes erreurs ne sont plus tolérées.
- b) Comment évaluer la résolution d'un problème lorsque la phase de modélisation est incorrecte mais qu'à partir de là, l'élève a développé un « raisonnement et des calculs corrects » ?
- c) Si le critère essentiel, lors d'une démonstration est justement la démonstration de la thèse, comment évaluer toutes les recherches faites par l'élève qui n'ont pas abouti ? Faut-il sanctionner lors d'une première phase d'apprentissage des techniques de base de la démonstration ou, au contraire, encourager ces recherches ?

De très nombreux exemples démontrent qu'il n'est pas possible morceler l'évaluation à partir d'une grille de critères hiérarchisés. *De plus, la grille de correction aura inmanquablement un caractère formel et administratif et l'élève sentira bien vite que cette forme d'évaluation lui est étrangère.*

Il faut bien sûr définir des critères et donner les moyens et le temps au professeur pour faire sa correction, globaliser son évaluation et commenter la note attribuée.

Isoler une compétence pour l'évaluer : est-ce possible ?

Dans un enseignement par les compétences, nous nous accordons sur un ensemble de compétences à évaluer, même s'il est impossible d'associer une seule compétence à chaque question posée. Ainsi, lors d'une évaluation récapitulative ou terminale (interrogation récapitulative, examens de décembre, de fin d'année), il est très possible de proposer différentes classes de problèmes à résoudre, en relation avec un ensemble de compétences, à condition que ces problèmes ne soient pas totalement inédits.

Evaluer une compétence en l'isolant des autres, ou composante par composante, est une tâche impossible étant donné le nombre important de paramètres qui déterminent la réussite ou l'échec de l'activité mathématique. L'interdépendance entre les connaissances et savoir-faire antérieurs et actuels, mais aussi entre les différentes étapes de la résolution d'un problème est telle que, dans de très nombreux cas, on ne peut pas isoler une cause première. Ainsi, une erreur, à un moment donné, peut

compliquer le problème et empêcher l'évaluation de la compétence ciblée, une autre erreur peut outrageusement simplifier le problème. Il est clair que l'on fera la distinction entre différentes phases de l'activité mathématique : certaines phases relèvent globalement du calcul, de l'application de procédure et, à d'autres moments, on fera plus appel à la recherche. Il existe d'ailleurs de remarquables typologies de l'activité mathématique. Donc, en fonction de ces phases, l'élève va mobiliser certaines attitudes, certaines aptitudes et certains acquis. Mais, il semble peu réaliste d'imaginer que l'on puisse associer une seule compétence au problème posé.

En revanche, si on considère des termes comme « optimiser », « déterminer une grandeur par la trigonométrie », « représenter une fonction », « représenter une série statistique »... on peut alors éventuellement concevoir une famille de problèmes associée à chacun de ces « termes » : cette voie, bien connue par les professeurs, mérite toute notre attention car elle donne des indications claires aux élèves, en ce qui concerne les matières qu'il devra retravailler. Mais, de nouveau, ces indications sont globales : il devra retravailler ces matières et toutes les compétences qui sont indispensables pour résoudre correctement ces questions.

Enfin, nous pensons qu'il appartient aux professeurs de ne pas demander aux élèves de résoudre un problème totalement inédit, lors d'une évaluation. L'élève capable de résoudre un problème issu d'une famille connue, ou un problème faisant appel à des raisonnements abordés dans plusieurs chapitres différents, doit chaque fois se représenter le problème correctement, le modéliser correctement, élaborer un plan de travail, exploiter ses connaissances actuelles et ses acquis antérieurs, etc. Fort logiquement, la réussite, si elle se répète, est le signe d'une maîtrise de l'ensemble des compétences utiles pour les problèmes de cette famille.

Répéter les tests dans différents cadres

Il faut évaluer un ensemble de compétences dans plusieurs cadres (géométrie, algèbre, étude des fonctions, probabilités, ...) et le niveau de maîtrise peut évidemment être différent. Les cotes obtenues dans ces cadres sont « locales ». Une cote globale reste nécessaire : celle-ci doit être le résultat d'une pondération entre les différents cadres en fonction du temps consacré à l'apprentissage et en fonction du volume de matière abordé. Des questions intégrant plus d'un cadre doivent faire partie de l'évaluation récapitulative ou terminale. Le professeur utilisera des situations d'apprentissage basées sur des problèmes et fera des résolutions de problèmes dans différents cadres pour préparer l'élève à ce type d'évaluation. Inutile de préciser que cela exige une organisation scrupuleuse de l'enseignement donné par un professeur et une coordination « verticale » entre les professeurs.

Tous les problèmes de mathématique font appel à un ensemble commun de démarches :

- Comprendre le problème
- Faire une liste des données, des faits (hypothèses), des inconnues, ... etc.
- Faire un plan de résolution
- Appliquer des procédures de base
- Vérifier constamment,

...

ce qui justifie une évaluation globale, comme nous l'avons déjà souligné.

Mais, nous sommes bien conscients que d'une part, nous évaluons une performance à un moment donné, pour un problème donné et, d'autre part, qu'une maîtrise de compétences dans un cadre donné n'est pas nécessairement transférée par l'élève dans un autre cadre. Peut-on alors parler de

compétences maîtrisées ? Les compétences ne sont pas nécessairement atteintes si elles ne sont maîtrisées que dans un cadre donné. On doit donc évaluer plusieurs fois, dans plusieurs cadres. Et pour compliquer encore, la progression des savoirs et savoir-faire va, justement, avoir un effet cumulatif, dans les différents cadres, avec une interaction évidente.

Ces arguments justifient les faits suivants :

- le professeur teste plusieurs fois les compétences essentielles ainsi que les connaissances et la compréhension
- l'élève peut contrôler sa progression
- il faut partir de modèles simples pour arriver à résoudre des problèmes plus compliqués : « c'est en forgeant que l'on devient forgeron »
- certaines évaluations ont une validité limitée au cadre en question
- plusieurs évaluations d'un même ensemble de compétences sont nécessaires
- l'évaluation sera d'autant plus pertinente si le problème posé fait intervenir plusieurs cadres.

A propos du sens et de la structuration de l'enseignement

Il est clair que les problèmes que l'on pose à l'élève ne doivent pas être étrangers au monde de l'élève. Il doit pouvoir les comprendre et s'en faire une bonne représentation. Si le contexte n'est pas assez épuré, l'élève va être perturbé inutilement par les éléments distrayeurs. Pour l'élève, avoir du sens, c'est maîtriser, être capable de se représenter la situation par des images mentales, associer un calcul, une équation, un schéma, une figure à la situation, chercher un résultat, être capable de vérifier la plausibilité d'un résultat, retrouver une erreur, etc.

Chercher la hauteur d'une cathédrale ou la longueur d'un tunnel n'a pas nécessairement de sens si la situation n'est pas, d'abord, rencontrée et modélisée avec l'aide du professeur.

Avoir un sens, cela ne signifie pas que le problème va se poser dans la vie quotidienne des élèves, ni que le problème va nécessairement les intéresser. De plus, il ne faut pas créer des problèmes artificiels sous prétexte qu'il doivent être présents dans tous les chapitres !

L'enseignement structuré autour de problèmes, décomposés en éléments puis enrichis d'exercices spécifiques est un idéal. Confronté avec la réalité de la classe, le professeur ne procède pas de cette manière. Des situations d'apprentissage basées sur des problèmes peuvent jalonner l'enseignement mais ne constituent pas la charpente de celui-ci.

Cependant, le professeur doit organiser son enseignement pour faire, si possible, des mathématiques générales et pas seulement une succession d'activités cloisonnées dans des cadres. *Il s'agit d'organiser la similitude entre les situations d'apprentissage et les situations d'évaluation.*

Nous ne pensons pas qu'il soit nécessaire de structurer l'enseignement autour de problèmes. Cette façon de faire peut être paradoxalement réductrice. Par exemple, il est difficile de mettre en évidence les cas particuliers que l'on rencontre lors des discussions générales de questions paramétriques si on se limite à des problèmes à données numériques. Si on ne fait que des problèmes, on ne rencontrera pas

I.R.E.M. Liège-Luxembourg.

tous les cas théoriques! *Or, la discussion de tous les cas théoriques structure l'enseignement ce qui, en retour, permet la compréhension des mathématiques.*

Une étude systématique de la matière n'a pas pour but de faire retenir par cœur des faits isolés: elle permet d'assurer la cohérence et la compréhension d'un ensemble structuré de savoirs.